PASCAL ET WALLIS AU SUJET DE LA CYCLOIDE (II)

Kokiti HARA

Lors du concours institué par Pascal en juin 1658 au sujet de la roulette ou cycloïde, le grand mathématicien anglais Wallis, un peu tardivement informé des problèmes proposés, ne laissa pas d'en envoyer à Paris sa solution, qui n'était pourtant ni exacte ni complète. Pascal ajouta d'ailleurs, en octobre, un nouveau groupe de problèmes dans *l'Histoire de la roulette*. Mais personne n'ayant satisfait aux conditions requises, ne fût-ce que pour les problèmes de juin, Pascal publia, au début de 1659, sa propre solution de tous les problèmes dans le livre intitulé *Lettres de Dettonville*, en y ajoutant celles de quelques autres problèmes. Wallis, de son côté, rédigea sa solution corrigée et complétée des problèmes de juin, et celle aussi des problèmes d'octobre dans la première moitié des *Tractatus duo*, qui parurent à la fin de la même année.

Or, dans notre mémoire précédent[1], nous avons tâché de restituer, à partir du texte du *Tractatus prior*, précédé d'une importante Praefatio, les écrits de Wallis tels qu'ils avaient été envoyés à Paris, et de les confronter avec la critique que Pascal en avait formulée. Nous nous proposons maintenant d'envisager le Préambule du *Tractatus posterior*, préambule où, loin de préluder à ce traité dédié à Huygens, l'auteur revient passionnément sur l'affaire passée, et où son mécontentement, nourri par la lecture de l'*Histoire de la roulette*, éclate non seulement à l'égard de Pascal, mais encore davantage contre Roberval qu'il crut son complice.

A ce deuxième stade de notre recherche, qui ne sera terminée qu'avec l'examen de la partie relative à la cycloïde dans la *Mechanica, pars secunda*, que Wallis publia en 1670, nous nous adonnons volontiers à une étude purement textuaire. Dans la crainte, toutefois, de trop allonger le mémoire, nous omettrons l'original du document envisagé, pour peu accessible qu'il paraisse aujourd'hui au public. Nous nous contenterons d'en essayer une traduction, accompagnée du commentaire en guise de notes.

Le Préambule, occupant les pages 75-81 des *Tractatus duo*, fut réédité dans les *Johannis Wallis Opera mathematica*, Oxford, tome I, 1695, pp. 542-545. A une exception près[2], les variantes du texte y sont négligeables(absence de certains signes orthographiques dans les *Opera*).

Dans la traduction qui va suivre, on trouvera discutée par l'auteur la relation malheureuse de Roberval et de Torricelli. En fait, ce sujet demande une étude à part. Ici, notre annotation en sera réduite au minimum nécessaire.

Traduction

Pendant que le traité que vous recevrez avec celui-ci[3] souffrait de graves retardements de l'impression, j'ai reçu Votre lettre datée du 9 Juin après un retard d'un mois environ[4]. Elle me rappelait, d'une part, les promesses que je vous avais faites il y a quelque temps de vous envoyer ce traité-ci ; elle avait soin, d'autre part, de nous déférer quelques exemplaires du livre publié par Dettonville ou Pascal, et que le très Illustre Carcavy avait expédiés pour la distribution. Je les ai bien reçus peu après, avec un obligeant compliment de M. Carcavy[5], et les ai distribués selon l'indication.

En ce qui concerne ma promesse, vous la tiendrez pour réalisée par le présent ouvrage[6]. Quant au Traité de Dettonville (au sujet duquel vous demandez mon sentiment à Votre nom ou pour Carcavy[7],) je l'ai saisi avec avidité, et l'ai feuilleté de nouveau le lendemain. J'y trouve une grande lucidité de l'auteur. Et je le parcourais par une voie d'autant moins embarrassée, et avec une allure d'autant moins incommodée, que je n'y ai rien trouvé qui fût en désaccord visible avec mes résultats, ni beaucoup de choses procédant par une méthode différente de la mienne ; ce que vous reconnaîtrez aisément après avoir comparé son exposé avec le mien.

Comme d'ailleurs le très Célèbre Personnage avait approfondi ce sujet pendant longtemps, (sujet étudié d'ailleurs par des Français depuis vingt ans, et même quarante[8],) et qu'il avait proposé en personne ces problèmes-là, (je ne sais pas s'il les avait parfaitement élucidés à ce moment-là[9] ; encore n'est-il pas à douter, à mon avis, qu'il en ait résolu au moins la grande partie,) et qu'il trouvait la chance d'ouvrir des écrits, rédigés par quiconque à ce sujet depuis ce temps-là, et envoyés, de quelque part fût-il, à M. Carcavy à l'occasion du concours (comme il était désiré,) et d'y prendre connaissance de ce qui comptait pour son affaire, ou du moins, d'en obtenir des suggestions non méprisables pour parfaire ses pensées, je ne disconviens pas que des choses beaucoup plus fines sont peut-être à attendre de lui que de moi, qui ai abordé ce sujet à moi tout seul et avec peine. De fait, en dehors de ce qui se rencontre chez Torricelli[10], et chez Schooten dans ses annotations de la *Géométrie* de Descartes[11],(je ne sais pas si Tacquet mentionne ce sujet et comment[12],) je ne me souviens pas d'avoir lu quelque chose à propos de la Cycloïde, ni d'avoir jamais médité là-dessus avant que Dettonville ait proposé ces problèmes-là. Cependant, il n'est pas mauvais de montrer au public ce qui nous est venu à l'esprit en cette matière, et cela ne déplaira pas non plus (je l'espère) à ceux qui s'y connaissent.

Il faudra vraiment solliciter le très Docte Personnage de ne pas vouloir nous accuser de plagiat, (de quoi je vois accusé Torricelli, justement ou non, je ne sais pas, mais du moins avec trop peu de bonne foi tant d'années après sa mort[13],) si par hasard les mêmes raisonnements se déroulent non rarement dans son traité et dans le nôtre, (surtout parce qu'il avait regardé mon écrit avant que j'aie regardé le sien,) et de ne pas tenter non plus de nous enlever nos inventions, si par hasard quelques-unes en avaient déjà été trouvées par lui-même ou par Roberval (que je crois lui être conjoint). Puisqu'ils couvrent chez eux leurs propres inventions, et ne les livrent pas au public, il serait absolument injuste qu'ils ne souffrent pas que ce qu'ils cachent soit redécouvert par des autres, et qu'ils s'approprient cependant la gloire d'invention (s'il y en a jamais). Prenons en exemple la question suivante (parmi d'autres), proposée à notre investigation (et même avec un prix) comme chose ardue et pleine de difficultés, et méritant une récompense : *Quelle est la grandeur du solide engendré par la révolution de la Cycloïde autour de la base*[14] ? Même si un jour (peut-être il y a quelques années,) Roberval a trouvé cette grandeur à notre insu[15], cela ne devait pas nous porter préjudice, ni à notre réputation ; si moi-même ou quelques autres trouvons la même chose de notre propre chef, (en cela, nous ne nous accusons pas l'un l'autre de plagiat,) nous avons le droit, non moins que ce Roberval, d'être regardés comme auteurs de cette invention ; (rien n'empêche, en effet, qu'une même chose soit redécouverte par plusieurs personnes dans un même champ ouvert de la nature.) S'ils ont voulu se réserver la gloire de cette invention, il fallait qu'ils nous l'eussent exposée comme chose déjà découverte, au lieu de la proposer comme chose à étudier à nouveau. Et cela doit s'entendre également des autres inventions faites des deux côtés.

J'aurais mieux aimé, sous ce rapport surtout, que l'Auteur de l'Historiette *de la Roulette*[16] se fût abstenu au moins de la critique contre *Torricelli* (contre Torricelli, dis-je ; car je suis moins inquiet à l'égard de *Lalouvère*, lequel, encore en vie, est à même de se défendre[17],) que de le voir insulter ce personnage de très haut mérite, mais mort il y a bien des années. Jugé d'après des écrits, Torricelli nous a apparu comme un savant Mathématicien, un des meilleurs Mathématiciens, et de caractère noble, je crois. Je ne trouve rien, chez lui, qui remue la bile de ce très Célèbre Personnage, ou celle de Roberval dont il règle l'affaire. En 1644, Torricelli a publié, parmi d'autres, ses démonstrations sur l'aire de la Cycloïde, égale au triple de celle du cercle générateur[18]; je ne vois point pourquoi cela ne lui aurait pas été permis. Ils ne nient pas que ces démonstrations sont à lui, et ne l'accusent pas d'avoir vendu un bien de Roberval comme sien propre. Torricelli n'a certes pas dit que Roberval avait démontré la proposition dont il s'agit, (il l'ignorait en fait, même s'ils l'avaient déclaré,) mais il ne l'a pas nié non plus[19]. Il faut que cette invention de Roberval ait alors été publiquement connue ou non. Si oui, il ne peut être une injustice envers Roberval que quelqu'un d'autre résout après lui le même problème, pas plus qu'il ne l'est envers Archimède que Torricelli a démontré, après lui, la quadrature de la parabole[20]. Si non, on n'aura pas, du moins, à s'irriter de ce que Torricelli ignorait le travail de Roberval, soit que celui-ci l'ait caché au fond d'un coffret de chez lui, soit qu'il l'ait communiqué à ses amis. Toujours est-il que nous sommes plus redevables à Torricelli qui a alors donné ses démonstrations complètes à tout le monde, qu'à Roberval qui cache encore les siennes. De fait, nous trouvons entièrement injuste que Roberval ne voulant pas consigner ses démonstrations par écrit, il ne soit pas permis pour cela à Torricelli de consigner les siennes. Mais Torricelli attribue, disent-ils, à Galilée ce qui est dû à Mersenne, et s'attribue à lui-même ce qui est dû à Roberval[21]. Mais je cherche des mots justes, puisque je ne vois ni l'une ni l'autre des choses qu'ils avancent ici. Roberval était toujours Auteur de ses solutions, et Torricelli ne l'était pas moins des siennes propres. Si Roberval a cru que ses résultats étaient assez importants pour que le milieu savant reconnût la priorité de ses démonstrations, qu'ignorait toutefois Torricelli, il lui était alors loisible de l'indiquer, et il n'était pas nécessaire pour cela qu'il insultât Torricelli ignorant son travail, ou qu'il le chargeât d'injustes soupçons. En fait, tant s'en faut qu'à son détriment, Torricelli ait affirmé avoir *le premier* inventé la solution de ce problème ; il ne dit même pas *avoir inventé*. Mais seulement, ayant déclaré la vérité d'une proposition, il la confirme par ses démonstrations. Je ne vois pas pourquoi cela ne se peut impunémet. Mais il se pourrait qu'il eût trouvé, parmi des papiers de Galilée, un écrit de Beaugrand par lequel celui-ci avait envoyé à Galilée la démonstration de Roberval, en cachant le nom de l'auteur, et que Torricelli en eût tiré parti pour ses propres démonstrations. C'est ce qu'ils soupçonnent effectivement[22]. J'ignore pourtant s'ils tiennent cela pour vérifié, ou si Torricelli l'avait avoué de sa bouche ; ils n'affirment cet aveu, ni ne montrent par où la démarche de Torricelli peut leur être dévoilée. Quoi qu'il en soit, ils n'objectent pas que ce dernier ait vendu comme siennes les démonstrations soustraites des papiers de Galilée, et ne nient pas que celles qu'il expose sont de lui-même. Je ne comprends aucunement en quoi consiste le crime dont ils l'accusent ; en dehors des aigres soupçons, ils n'avancent rien qui fonde leur accusation. Au vrai, disent-ils, (et c'est le point culminant de leur argument,) ils possèdent une lettre écrite de sa main, et qu'ils gardent jusqu'à ce jour comme une sorte de trésor (*κειμήλιον*), (comme si elle était tellement précieuse en elle-même,) lettre par laquelle il concède à Roberval la priorité en la résolution de ce Problème[23]. C'est dire que le noble Personnage, prenant enfin connaissance du fait qu'il avait ignoré lors de la publication de son livre, aurait reconnu volontiers que Roberval aussi avait démontré la même chose (à son insu), sans la divulguer toutefois par écrit (ce qu'il ne fait pas encore, je crois). En fait, ils ne disent ni n'affirment qu'il a reconnu en avoir été au courant lors de la publication de son livre ; ils avancent même le contraire. Je ne vois donc pas chez eux d'autre tort que de vouloir regarder comme criminel que quelqu'un d'autre découvre ou mette au jour ce que Roberval a trouvé peut-être à son insu et qu'il cache chez lui ou ne veut révéler qu'à ses compatriotes. En ce qui concerne Mersenne, au sujet de qui ils dénoncent que ce qu'on attribue à Galilée lui avait été dérobé en réalité, le fondement de cette accusation m'a semblé très faible, sinon nul. Admettons leur prétention, selon laquelle Mersenne aurait considéré, en 1615 au plus tard, cette courbe appelée *la Roulette* par lui-même, et il aurait interrogé des Géomètres contemporains sur ce sujet[24]. S'il est vrai toutefois, comme l'avance Torricelli, (et je ne vois pas pourquoi il ne serait pas vrai, et eux-mêmes n'en rendent pas raison,) que *cette courbe avait été nommée Cycloïde par Galilée depuis plus de* 45 *ans*[25], (donc depuis 1599 au plus tard, car le livre de Torricelli a paru en 1644[26],) je me demande alors : quelque chose va-t-il être dérobé à Mersenne pendant qu'on raconte cette histoire ? De ce qu'on raconte ici particulièrement au sujet de Galilée, je trouve quelque trace chez lui[27] ; au sujet de Mersenne, rien[28]. Et, quoique je ne veuille pas rendre à l'auteur sa parole : *ce fut un sujet de rire en France*[29], du moins demandons-nous avec un réel étonnement, (en comparant les mots de Torricelli avec cette historiette,) nous, qui sommes peut-être moins enclins à rire que les Français, d'où vient une si grande valeur de ce qui nourrit tant de plaintes là-bas. (C'est justement comme si notre Neil accusait votre Heuraet de la même sorte de crime, ce Heuraet qui se croit le premier auteur d'une proposition qui, en réalité, était connue, sans qu'il l'aperçût lui-même, partout chez cnos compatriotes depuis plus de deux ans, et qui a été démontrée par plusieurs Géomètres[30].) Mais il semblerait peut-être que je me fusse trop écarté de mon sujet. Cependant, ces Célèbres Personnages (que je respecte, y compris leur Mersenne) ne sauraient pas combien je regrette les mots qui compromettent sans nécessité la renommée du très docte Personnage, et jadis de grand mérite. Je souhaiterais plutôt que s'ils font tant de cas de ce qu'ils ne veulent pas leur être enlevé par des autres, ils le divulguassent, soit pour qu'ils s'en assurent mieux par là la prise de possession, soit pour que cette invention contribue plus utilement à l'usage public, de sorte qu'ils soient dispensés de revendiquer tardivement leur droit d'auteur. Au moins souhaiterais

-je que si des autres redécouvrent ailleurs leurs propositions tandis qu'ils négligent eux-mêmes ces soins de publicité, ils n'accusassent pas d'injustice ce qu'on fait ainsi à leur égard, ou qu'ils pensassent récolter ce qu'ils ont semé. Après ces remarques, je reviens à notre Dettonville.

J'avais une fois le dessein d'indiquer concrètement, en mettant en parallèles les endroits correspondants, combien de parties de son écrit se trouvent aussi dans le mien, quoiqu'en termes différents, et pour cette fin, je voulais lire tout son écrit plus attentivement, (auparavant, c'est presque en tant qu'un chien devant le Nil, comme dit le proverbe, que j'avais parcouru son traité dans l'espace de deux jours déjà mentionné, en en relevant chaque point marquant ;) je n'ai pas eu jusqu'ici assez de temps pour réaliser mon dessein, mais ce que je viens de dire vous apparaîtra facilement aux endroits que vous aurez parcourus dans les deux écrits. Vous n'entendrez toutefois pas que j'aie dit cela dans l'intention de diminuer les mérites du très Célèbre Personnage, ni de nourrir d'aigres soupçons, mais pour que l'événement même fasse apparaître comme il n'est pas étonnant, en de telles matières, que plusieurs personnes, très éloignées, et sans être informées l'une par l'autre, parviennent aux mêmes spéculations en poursuivant les mêmes problèmes Géométriques. Il ne faut donc pas s'accuser l'un l'autre de plagiat au petit bonheur, (surtout dans ce siècle fécond en génies,) ou encore insulter effrontément d'autres savants à propos de ce qu'on a le premier inventé[31]. Car, *avoir inventé quelque chose*, cela relève de la finesse d'esprit, mais *l'avoir le premier inventé*, cela dépend de la Fortune ; il n'est pas rare qu'avec une subtilité ou finesse non moindre, on invente postérieurement ce qu'un autre avait déjà inventé (à son insu).

Quant à mon sentiment que le très Célèbre Personnage n'avait pas élucidé tous ses problèmes en les proposant, et même avant d'examiner les écrits que des autres ont envoyés à M. Carcavy comme traitant de ce sujet, et qui pourraient lui avoir été utiles pour améliorer et accomplir ses propres inventions, beaucoup de choses me le suggèrent[32]. Dès la première fois que le très Célèbre Personnage avait proposé ses Problèmes, il a reconnu ne savoir les résoudre tous ; il s'est borné à déclarer que si personne d'autre ne les avait résolus dans l'intervalle, il publierait *ce qu'il avait trouvé lui-même, sans envier à d'autres d'obtenir des choses plus importantes en utillisant ses inventions*[33]. Vous voyez avec quelle précaution cette phrase a été prononcée. Sans doute ses solutions dépendent-elles (autant que je conclus par une simple réflexion) de la connaissance de la longueur de la courbe Cycloïdale, et de sa division dans un rapport donné, (en effet, avant d'obtenir ces deux déterminations, sa 13e figure ne s'accommodera pas à tous les cas présentement en question[34];) mais, comme il en attribue l'invention à notre Wren[35], il ne sera pas à croire qu'il les ait trouvées avant de regarder la lettre de Wren. Et, combien qu'il s'efforce de diminuer la valeur de cette invention de Wren, et qu'il allègue des Français qui, une fois informés de celle-ci, se sont montrés capables d'en fournir la démonstration[36], cela ne permet pas d'affirmer qu'il avait connu antérieurement la proposition dont il s'agit, ni qu'un Français avait indiqué à un autre, même au privé, sa propre découverte de la longueur de cette ligne ou de sa division dans un rapport donné. (Nous désirerions la franchise à cette occasion, quand je vois que grâce aux inventions des étrangers qui semblaient devoir être déposées à M. Carcavy d'une façon secrète, de même qu'aux communications faites sans tarder par des Français avant le jour fixé, grâce, pour le moins, à celles de ces inventions et communications qu'on a examinées, on serait en état de résoudre les questions.) J'ajoute que les questions postérieures, que cette Historiette-là finit par proposer[37], et qui dépendent de la division de cette ligne dans un rapport donné, prouvent que la longueur de cette ligne et de sa portion était ignorée de lui auparavant. Il n'apparaît aucune autre raison pour laquelle ces problèmes n'avaient pas été proposés avec les premiers. Si ma conjecture n'est pas fondée en cet endroit, et que Pascal, que dis-je? ou bien Dettonville, ait affirmé que tous ces problèmes avaient été élucidés par lui depuis longtemps, je ne rivalise pas avec lui ; je ne le jalouserai pas non plus ; je le félicite de ses inventions.

Je suis encore incapable, pour la raison déjà alléguée, de porter jugement sur chaque point de son livre. Je ne vois pourtant pas en quoi la partie du livre que j'ai examinée jusqu'à un certain point n'est pas raisonnable et démontrée comme il faut. Et cela notamment au sujet de l'égalité des lignes Parabolique et Spirale (sujet sur lequel vous demandez mon sentiment[38]). Car, bien que je n'aie pas encore lu toute sa démonstration, cette proposition est vraie, et j'ai reconnu moi-même auparavant qu'elle se démontrait, comme ailleurs, au moyen des figures inscrites et circonscrites[39]; je n'aime pas soupçonner que le très Célèbre Personnage aurait commis une méprise dans sa démonstration[40]. Je déclare cela d'autant plus volontiers que je connais la complainte portée jadis par Roberval, selon laquelle *j'aurais affirmé à la légère la fausseté de cette proposition* ; je n'ai pas repoussé cette proposition à la légère, ni entièrement, mais désapprouvais seulement comme insuffisante la démonstration telle qu'elle avait été présentée par Hobbes[41]. La proposition elle-même, je l'ai reconnue vraie quand je l'ai examinée.

Nous avons exposé tout le calcul, qu'il omet entièrement de son côté, satisfait d'en avoir indiqué les fondements[42] ; nous avons effectué le calcul jusqu'au cas qu'il avait choisi entre tous, à savoir la détermination du centre de gravité du demi-solide décrit par la demi-révolution de la demi-cycloïde autour de la base[43], (et nous n'avons pas même oublié le cas du solide entier engendré par la révolution de la même figure autour de l'axe[44].) J'avais aussi pensé à terminer (avant qu'on ait résolu les problèmes) le calcul des cas restants, au moins celui qui était à ajouter par suite des §§ 65, 66 pris ensemble[45]. Mais le traité de Dettonville étant sorti dans l'intervalle[46], j'ai pensé qu'il ne fallait plus rien ajouter, dans la crainte de paraître avoir labouré avec sa génisse. C'est ainsi que vous avez maintenant mon traité, publié précisément dans le même état où je l'avais mis au Mois de Mars, et l'avais tout de suite transmis au très Honorable Vicomte *Brouncker*[47]. J'aurais pu rédiger tout cet ouvrage beaucoup plus longuement et avec plus d'apparat ; l'ouvrage aurait été plus agréable aux débutants et aux gens encore moins exercés, si j'avais voulu procéder par la solennité de Définitions, Lemmes, Problèmes, Théorèmes et Scolies, et équiper partout de long appareil les démonstrations géométriques. Mais je crois que la brièveté régulière, rendant bien des choses par peu de mots, ne vous plaira pas moins, à vous qui, averti par un doigt dirigé vers les sources, saisissez déjà l'essence, succinctement exprimée, d'une démonstration, non moins facilement que si l'argument se prolongeait avec tant de solennité. Si vous trouvez un faux nombre quelque part dans ce calcul compliqué (ce qui est tout à fait possible), vous ne trouverez pas importun de me l'indiquer en le pardonnant. Voilà que j'ai cru bon de relever, tantôt à propos de Son traité, tantôt à propos du Nôtre.

Notes

1) *The Annals of the Japan Association for Philosophy of Science*, vol.3, n⁰4 (1969), pp.36-57

2) Voir la note 31 ci-dessous.

3) *Tractatus posterior*, traitant des problèmes variés qui semblent avoir récemment intéressé l'auteur. La cycloïde n'y est discutée qu'occasionnellement; mais l'importance accordée dans ce traité à la quadrature des surfaces courbes, nouveau type de problème pour l'époque, témoignerait d'une influence indirecte qu'a pu exercer sur Wallis le deuxième concours pascalien, ouvert dans l'*Histoire de la roulette*. *Cf*. la note 37 ci-dessous.

4) Cette lettre se trouve dans les *Œuvres complètes de C. Huygens, publiées par la Société Hollandaise des Sciences*, La Haye (par abrév. *Huygens*), t.II, pp.416-417, où toutefois, le texte commence par le "sommaire" rédigé en hollandais par l'expéditeur lui-même. Heureusement Wallis rapporta plus tard

le texte authentique de la majeure partie de ce début, dans un Scholium de sa *Mechanica, pars secunda*, caput V (p.463). Voir aussi ses *Op. math.*, t.I, p.861.

5) Selon toute vraisemblance, Huygens a transmis à Wallis la lettre que Carcavy avait adressée à lui-même le 7 mars 1659 (*Huygens*, t.II, pp.364-365), et qu'il avait trouvée jointe à un exemplaire envoyé des *Lettres de Dettonville* (voir le sommaire mentionné dans la dernière note).

6) Le texte de la lettre mentionnée de Huygens ne permet pas de préciser les "promesses" ou la "promesse" qu'elle rappela à Wallis (ll. 4 et 10). Probablement s'agissait-il d'un passage de la lettre que celui-ci avait adressée à Huygens le 28 février 1659, passage portant sur l'aire de la cissoïde, mais qui s'était terminé avec les mots se traduisant ainsi : "occupé d'autres affaires, je n'ai pas maintenant le temps pour la recherche ; je pourrai peut-être y travailler dans la suite quand j'aurai du loisir" (*Huygens*, t. II, p. 359). De fait, le Préambule est immédiatement suivi par la quadrature de la cissoïde selon la méthode de l'*Arithmetica infinitorum* de 1656.

7) Le sommaire mentionné dans la note 4 porte en effet le passage que l'éditeur de *Huygens* a ainsi traduit : "Il [Carcavy] demande votre opinion, comme celle de tous les autres. Je la désire aussi." *Cf.* la lettre de Carcavy à Huygens mentionnée dans la note 5 (*Huygens*, t.II, p.364, ll.4-2 d'en bas).

8) Insistance déjà faite dans la Praefatio du *Tractatus prior* (voir notre mémoire mentionné dans la note 1, p.39), Wallis se fondant visiblement sur l'*Histoire de la roulette*, selon laquelle Mersenne a conçu la cycloïde en 1615, et interrogé Roberval en 1634 (exactement, en 1637) sur l'aire de cette courbe. Voir les *Œuvres de B. Pascal, publiées par L. Brunschvicg, P. Boutroux et F. Gazier*, Paris (par abrév. *Pascal*), t. VIII, pp.195-196. Voir aussi les ll. 148-151 ci-dessous. Au cours du Scholium mentionné dans la note 4 (pp.459-460 ; *Op. math.*, t.I, p.859), Wallis reviendra sur ces recherches des Français, et sur le peu de connaissance que lui-même avait eue au sujet de cette courbe.

9) L'auteur reviendra sur ce point aux ll. 209-249, et encore dans le Scholium (*Mech. pars II*, p.461 ; *Op. math.*, t.I, p.860). Il importe cependant de bien distinguer les deux moments du concours. En ce qui concerne le deuxième groupe de problèmes ajoutés en octobre, Pascel avoue franchement, dans l'*Histoire de la roulette*, l'avoir résolu pendant qu'on s'occupait du premier groupe de problèmes (*Pascal*, t. VIII, p.201). Mais rien ne nous empêche de croire que lorsque celui-ci fut proposé en juin, il l'avait déjà parfaitement maîtrisé.

10) Dans un Appendix (pp.85-92) du traité *De dimensione parabolae etc.*,

inséré dans ses *Opera geometrica*, Florence, 1644, Torricelli exposa la quadrature de la cycloïde et la construction cinématique de sa tangente. Voir aussi les *Opere di E. Torricelli, edite da G. Loria e G. Vassura*, Faenza (par abrév. *Torricelli*), t.I, partie 1, pp.163-172.

11) Dans son édition latine de la *Géométrie*, 1649, van Schooten rapporta la construction cartésienne de la tangente à la cycloïde généralisée("Commentarii in librum II", pp.223-229). Voir aussi la seconde édition latine de 1659, t.I, pp.264-270. Sur la construction originale de Descartes, voir les *Œuvres de Descartes, publiées par C. Adam et P. Tannery*, Paris, t.II, pp.308-313.

12) Tacquet avait quelque peu considéré la cycloïde dans la *Dissertatio physico-mathematica de circulorum volutionibus*, ajoutée à ses *Cylindricorum et annularium libri IV*, Anvers, 1651. Le theorema 20, par exemple, en donne la quadrature (*Op. cit.*, pp.262-264 ; *Andreae Tacquet opera mathematica*, Anvers, 1669, pp.159-160). Wallis avait d'ailleurs mentionné ces *Libri* dans le *Tractatus prior* (voir notre mémoire précédent, p.55, n.22). Le ton d'incertitude du présent passage prouve donc, ou bien que Wallis n'avait pas complètement lu cet ouvrage de Tacquet, ou bien qu'il a trop hativement rédigé ce Préambule pour s'y reporter en vue de la vérification.

13) Torricelli mourut prématurément le 25 octobre 1647. Les ll. 74-76 feront mieux comprendre le sens de ces mots de Wallis.

14) Un des problèmes de juin. Mais Pascal, averti ensuite qu'il avait déjà été résolu par Roberval, l'a rapporté dans l'*Histoire de la roulette* (*Pascal*, t.VIII, pp.200 et 209). Wallis reprendra ce problème d'un nouveau point de vue dans le Scholium (*Mech. pars II*, p.460 ; *Op. math.*, t.I, p.859).

15) La solution robervallienne semble remonter avant la fin de 1636. Elle se trouve exposée dans ses ouvrages posthumes : *Traité des indivisibles* et *Ad trochoidem, ejusque solida*. Voir *Divers ouvrages de mathématique et de physique par Messieurs de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 1693 (par abrév. *Div. ouv.*), pp.220-221, 230-232, et 261 ; *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences depuis 1666 jusqu'à 1699*, Paris (par abrév. *Mém. Acad.*), t. VI, 1730, pp.308-310, 328-332, et 391-392.

16) "Historiola *de la Roulette*". D'après la Praefatio du *Tractatus prior* (6e page ; *Op. math.*, t.I, p.494), c'est à la fin de novembre 1658 que Wallis lut l'*Histoire de la roulette*, et non sa version latine simultanée *Historia trochoidis* (*Pascal*, t.VIII, pp.210-223).

17) Antoine de Lalouvère, l'autre concurrent sévèrement jugé par Pascal, publiera en effet sa solution complétée dans la *Veterum geometria promota in*

septem de cycloide libris etc., Toulouse, 1660, et Wallis en rendra compte dans le Scholium (*Mech. pars II*, pp.462-465 ; *Op.math.*, t.I, pp.860-862). Sur le détail de la querelle entre Pascal et ce Père jésuite, on peut consulter très utilement l'article de Tannery, intitulé *Pascal et Lalouvère* (*Mémoires scientiques*, Paris-Toulouse, t.VI, 1926, pp.79-114, et 269-279).

18) Voir la note 10 ci-dessus. La découverte dont il s'agit de Torricelli remonte d'ailleurs avant septembre 1643, comme en témoigne sa lettre à Roberval du 1[er] octobre de cette année (*Torricelli*, t.III, p.148). *Cf.* aussi la note 23 ci-dessous.

19) Nous savons aujourd'hui que le 3 juin 1644, François du Verdus, disciple de Roberval, rapporta à Torricelli la quadrature de la cycloïde réalisée par son maître (*Torricelli*, t. III, pp. 184-185). Le géomètre florentin aurait pu la mentionner s'il l'avait voulu, au moins dans les épreuves de ses *Opera geometrica*, qui parurent vers septembre de la même année.

20) Dans le traité *De dimensione parabolae*, pp. 17-84, publié en 1644 (*cf.* n. 10), Torricelli donna vingt démonstrations distinctes de la quadrature de la parabole. Voir aussi *Torricelli*, t.I, partie 1, pp.102-162.

21) *Histoire de la roulette*, dans *Pascal*, t.VIII, p.198.

22) *Ibid.*, pp.197-198.

23) *Ibid.*, p.199. Il s'agirait de la lettre à Roberval du 7 juillet 1646, où toutefois Torricelli insiste qu'il n'a emprunté à personne ses plusieurs manières de carrer la cycloïde. Traduisons le passage en question de la lettre : "J'avoue avoir trouvé ces démonstrations il n'y a pas d'ici si nombreuses années, mais de mon propre chef, non moins que s'il a été réalisé par quelque autre, soit avant moi, soit après. Si quelqu'une de mes démonstrations coïncide avec celles des Français, j'ai toutefois la conscience—ce qui importe avant toutes choses pour ma quiétude interne, et dont je fais le plus grand cas—de les avoir trouvées toutes de mes forces, et quiconque m'a connu s'y fient : aussi, quoi que des autres croient, rien ne m'émeut. Personne ne me privera de ce rare fruit savoureux que nous goûtons dans la découverte d'une vérité, et auquel je consacre tant de spéculation. De la gloire que je devrais acquérir par contentions et controverses, j'en suis le moins sollicité. Ainsi, non seulement une démonstration, mais toutes celles-là, je serai prêt à les concéder si quelqu'un le veut, à moins qu'il ne me les enlève injustement" (*Torricelli*, t.III, pp.381-382).

24) *Pascal*, t.VIII, pp.196-197. La *Correspondance du P. M. Mersenne* (par abrév. *Corr. Mers.*), publiée à Paris depuis 1945, renferme de nombreuses informations sur la recherche du Minime et de ses contemporains au sujet de

la cycloïde. Qu'il nous suffise ici d'indiquer les sources antérieures au moment de la quadrature de cette courbe par Fermat et Descartes, terme auquel s'arrête à peu près la mention de l'intervention du Minime dans l'*Histoire de la roulette*. Voir t.V, pp.99, 122, 155, 180-181, 196, 234 ; t.VI, pp.168-176 ; t.VII, pp.52, 173, 225-227, 249-250, 377-380, 397-399, 407-412. Voir aussi t.VIII, p.28, En ce qui concerne toutefois l'appel fait à Galilée, nous ne connaissons qu'une réponse de sa part, beaucoup postérieure et indirecte : lettre qu'il adressa le 24 février 1640 à Cavalieri, qui avait reçu de Paris le problème de mesure de la cycloïde. Voir t.IX, pp.115 et 125. *Cf.* aussi la note 28 ci-dessous.

25) Affirmation se trouvant au début de l'Appendix mentionné dans la note 10 (*Op. geom., De dim. parab.*, p.85 ; *Torricelli*, t.I, partie 1, p.164). Signalons toutefois que la courbe est nommée "Cyclois" dans ce texte.

26) L'intervention galiléenne peut être située en 1598, car le 1eroctobre 1643 (*cf.* n.18), Torricelli la fait remonter justement de 45 ans (*Torricelli*, t.III, p.148).

27) Au sujet de la recherche de Galilée sur la cycloïde, on peut consulter aujourd'hui, en plus de l'endroit signalé dans la dernière note, sa lettre déjà citée à Cavalieri du 24 février 1640 (Dati, *Lettera a Filaleti di T. Antiate della vera storia della cicloide etc.*, Florence, 1663, pp.3-4, où toutefois la lettre est datée de 1639 ; *Le Opere di G. Galilei, nuova ristampa della edizione nazionale*, Florence (par abrév. *Galilée*), t.XVIII, p.153 ; *Corr. Mers.*, t.IX, p.125), et celle de Torricelli à Roberval du 1er octobre 1643 (*Vera storia*, p.11 ; *Div. ouv.*, p.283 ; *Mém. Acad.*, t.VI, p.438 ; *Torricelli*, t.III, p.148). Mais, en ignorance de toutes ces informations, Wallis doit avoir ici en vue le fameux argument sur la roue d'Aristote dans les *Discorsi e dimostrazioni matematiche etc.* de 1638, sujet parent, on le sait, avec celui de la cycloïde. Voir *Galilée*, t.VIII, pp.68-72, et 93-96.

28) Mersenne avait discuté assez souvent la cycloïde dans ses publications. Voir *Harmonie universelle*, Paris, 1636 (-1637), éd. facs., Paris, 1963, t.I, pp.119-121, t.III, "Nouvelles observations physiques et mathématiques", pp. 24-25 ; *Universae geometriae, mixtaeque mathematicae synopsis*, Paris, 1644, "Praefatio", 2^{e} page ; *Cogitata physico-mathematica*, Paris, 1644, "Ad lectorem monita", 5^{e} page ; *Novarum observationum physico-mathematicarum tomus III*, Paris, 1647, "Reflectiones physico-mathematicae", p.71. Wallis ignorait donc toutes ces sources, sans compter la mention de la roue d'Aristote dans *Les Mechaniques de Galilée*, Paris, 1634, "Préface au lecteur", 2^{e}-4^{e} pages (nouv. éd., Paris, 1966, pp.17-19), et *Les nouvelles pensées de Galilée*, Paris, 1639, pp.17-20,

29) *Pascal*, t.VIII, p.198, ll.4-3 d'en bas.

30) Ce sujet demande un assez long éclaircissement. La lettre de Huygens à Wallis du 9 juin 1659 (Préambule, ll.2-8) mentionnait aussi la méthode de rectification découverte par van Heuraet, et qui venait d'être publiée dans la seconde édition latine de la *Géométrie* de Descartes (Pars I, pp.518-520). Voici la traduction du rapport de Huygens : "Je ne peux pas m'empêcher ici de vous faire part d'une invention insigne de notre Heuraet, sans savoir si vous avez vu ce nom dans les écrits de Schooten. Informé que j'avais mesuré la superficie du Conoïde Parabolique, et que j'avais trouvé la ligne droite égale à la parabole, en supposant la quadrature de l'hyperbole (je vous ai déjà écrit sur ces sujets), non seulement il a trouvé de son chef toutes ces deux choses, mais il a encore montré les droites absolument égales à d'autres courbes, du genre de celles que nous admettons en Géométrie" (*Huygens*, t.II, p.416). Et Huygens a donné, dans la même lettre, la parabole supérieure : $y^3 = px^2$ comme "la plus simple" des courbes ainsi rectifiées (*ibid.*, pp.416-417). C'est à cette communication que Wallis réagit dans le présent passage du Préambule. Au cours du *Tractatus posterior*, Wallis rapportera la proposition dont il s'agit de William Neil, en affirmant que ce dernier l'avait divulguée en juillet ou en août 1657 (*Tract. duo*, pp.91-92 ; *Op. math.*, t.I, pp.551-552).

Le différend se ranimera en 1673, lorsque Huygens aura insisté, dans son *Horologium oscillatorium*, sur la priorité de van Heuraet en cette matière, en déclarant insuffisante l'invention de Neil, et en répétant l'ancienne prétention à sa propre influence sur ce premier (Pars III, prop.9). Wallis objectera par la longue lettre du 9 juin (*Huygens*, t.VII, pp.305-308), et Huygens y répondra par la lettre du 10 juillet (*ibid.*, pp. 339-340), lettre qui mettra fin à la correspondence de ces deux grands savants. Wallis, encore mécontent, reprendra le sujet dans sa lettre à Oldenburg du 14 octobre, qui sera publiée dans le numéro du 27 novembre des *Philosophical transactions*, avec la lettre de Brouncker du 18 octobre et celle de Wren du même mois, adressées, elles aussi, à Oldenburg, et affirmant également que l'invention de Neil avait bien eu lieu en 1657 (*Phil. transact.*, n°98, pp.6146-6150 ; *Huygens*, t.VII, pp.340-345).

En 1685 encore, Wallis récapitulera le sujet dans son *Treatise of algebra*, en croyant que Huygens a fini par concéder à Neil la priorité longtemps discutée (*Op. cit.*, pp.293-294).

Les lettres citées de Wallis, du 9 juin et du 14 octobre 1673, nous donnent plus de détails du sujet. Dans l'espace d'un mois depuis l'invention de Neil, sa proposition a été démontrée de nouveau par Wren, Laurence Rooke et Brouncker

(*Huygens*, t.VII, p. 307 ; *cf.* la lettre de Wallis à Collins du 7 octobre, dans Rigaud, *Correspondence of scientific men*, Oxford, 1841, réimp., Hildesheim, 1965, t. II, p. 586). Brouncker a envoyé à Wallis sa propre démonstration en août 1657. Wren, de son côté, a simplifié la démonstration prolixe de Neil, et, la mort subite de celui-ci ayant offusqué la forme originale de sa proposition, c'est sous cette simplification qu'elle a été publiée dans le *Tractatus posterior* avec celle de Brouncker (*Phil. transact.*, pp.6146-6148 ; *Huygens*, t. VII, pp.341-342).

Nous savons d'ailleurs aujourd'hui que van Heuraet aurait découvert sa proposition, encore plus simple que celle de Wren, avant mi-juin 1658. Voir *Huygens*, t.VII, p.325, n.5.

On vient de voir que Huygens s'attribua le rôle de stimulateur pour l'invention de van Heuraet. Une attitude semblable se trouve chez Wallis à l'égard de celle de Neil ; il ira jusqu'à dire, le 9 juin 1673, que ce dernier avait déduit toute la spéculation de sa propre *Arithmetica infinitorum*, prop.38, schol. (*Huygens*, t.VII, pp.307-308), et Brouncker renchérira là-dessus le 18 octobre, en déclarant que van Heuraet lui-même aurait peut-être puisé sa méthode du même scolie de Wallis (*Phil. transact.*, p. 6149 ; *Huygens*, t. VII, p.344), présomption certainement inacceptable.

D'ailleurs la phrase suivante du *Treatise of algebra* de Wallis peut ressusciter le problème à nos yeux : "though perhaps he [Neil] was not at first aware what was the nature of the Curve which he had so rectified [$y^3=px^2$], as soon as I saw the Process, I discovered the nature of it" (p.293). Car c'est justement en raison de l'ignorance de Neil sur la nature de cette courbe que Huygens a persisté dans son ancienne position en faveur de van Heuraet (*Horol. oscill.*, pars III, prop.9).

31) Les *Tract. duo* portent "... vel etiam aliis, quod ipse prior invenerit, vanus insultare" (p.79). Les *Op. math.*, t.I, suppléent "debeat" à la fin de la phrase (p.544).

32) L'auteur reviendra sur ce point dans le Scholium (*Mech. pars II*, p.461; *Op. math.*, t.I, p. 860).

33) Voir *Pascal*, t.VII, p.346, ll. 7-11. Nous avons toutefois déjà insisté sur la distinction des deux moments du concours (n.9). Pour ce qui est des problèmes d'octobre, nous acceptons toute l'affirmation de Wallis aux ll. 220-225 et 240-243. Mais il ne convient pas d'y rapporter directement la présente citation ; celle-ci peut très bien porter sur les seuls problèmes de juin, que Pascal savait déjà complètement résoudre.

34) Voir *Pascal*, t.IX, p.14. Dans cette figure de Pascal, relative à son importante "hypothèse générale", la courbe BC est définie par l'égalité : DF= $\widehat{\mathrm{BO}}$.

35) *Pascal*, t. VIII, *Histoire de la roulette*, pp.204 et 209 ; t. IX, *Traité général de la roulette*, p.125.

36) *Pascal*, t.VIII, pp.204-205 ; t.IX, p.126.

37) *Pascal*, t. VIII, pp.207-208. Ces nouveaux problèmes s'obtiennent en substituant l'arc cycloïdal au "triligne" des problèmes de juin.

38) Il s'agit de la *Lettre de A. Dettonville à M.A.D.D.S.* (*Pascal*, t.VIII, pp.255-282). La lettre de Huygens à Carcavy du 22 mai 1659 montre qu'ayant lu les *Lettres de Dettonville*, Huygens n'a pas tardé à interroger Pascal, dans une lettre aujourd'hui perdue, sur une "difficulté" contenue dans ce traité-là (*Huygens*, t.II, p.412). Sans doute l'aurait-il signalée aussi à Wallis, mais nous ignorons dans quelle lettre. Voir aussi la note 40 ci-dessous.

39) Wallis reprendra ce sujet dans le *Tractatus posterior* (pp.104-106 ; *Op. math.*, t.I, pp.559-560), en évitant toutefois le recours fastidieux aux figures circonscrites et inscrites, et en se taisant totalement sur l'erreur qu'il avait commise jadis à ce sujet dans l'*Arithmetica infinitorum*, prop. 6, et qui fut critiquée par Hobbes dans ses *Six lessons to the professors of the mathematics*, 1656, (*English works*, 1845, réimpr., 1962, t.VII, pp.310-312).

40) Pascal avait commis une mégarde à la fin de la *Lettre à M.A.D.D.S.* (*Pascal*, t.VIII, p.282). Désignons par S, P, les longueurs de la spirale et de la parabole, "correspondantes" au sens pascalien (*ibid.*, pp.269-270). Mettons l'indice c ou i après ces lettres, pour désigner les longueurs des lignes circonscrite ou inscrite à ces deux courbes comme dans le texte. Soit donnée enfin une quantité Z, aussi petite qu'on voudra. Pascal, après avoir démontré $Si \sim Pi < Z$ et $Sc \sim Pc < Z$, conclut directement à $S \sim P < 3Z$, en supposant sans démonstration $Sc \sim Si < Z$. Ce défaut fut levé en 1659-1660 par Fermat et Huygens. Voir *Huygens*, t.II, pp.536-538, et t.III, p.27 ; *Pascal*, t.VIII, pp.283-285, et 287-288.

41) Voir son *Elenchus geometriae hobbianae*, Oxford, 1655, pp.125-126.

42) Ces mots peuvent induire au malentendu ; Pascal calcula le cas dont il va s'agir justement aux ll. 269-272 (*Pascal*, t. VIII, p.335), calcul qu'il avait imposé aux concurrents à titre d'une alternative (*ibid.*, p.19).

43) Ce calcul est effectué aux §§ 40-47, 56-58, et 87-102.

44) Le centre de gravité de ce solide (et non de sa moitié proposée par Pascal) est calculé aux §§ 103-104.

45) Les §§ 65, 66 commencent la recherche du cas que nous venons d'exclure

dans la dernière note.

46) Les *Lettres de Dettonville* ont été publiées vers février 1659 (*cf. Huygens*, t.II, pp.346 et 364). Mais Wallis entend ici le moment où il en a été informé par ouï-dire, moment qui nous est mal connu, mais que la 1.281 du Préambule doit situer après mars inclusivement.

47) Wallis a déjà parlé de ce dépôt dans la Praefatio du *Tractatus prior* ; il reviendra encore là-dessus dans le Scholium. Voir notre mémoire précédent, p.55, n.20.

(Professeur à l'Université d'Osaka)